Tentamen Procesalgebra (2M920)

28 november 2002, 9.00 –12.00

Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven (TU/e)

Dit tentamen is een open boek tentamen. Dat wil zeggen dat het uitgedeelde materiaal "Algebra of Communicating Processes" van J.C.M. Baeten, T. Basten en M.A. Reniers (hoofdstukken tot en met 9) gebruikt mag worden. Aanvullende aantekeningen alsmede aantekeningen in het manuscript anders dan verbeteringen van fouten zijn niet toegestaan. (Het is ook toegestaan het boek "Process Algebra" van Baeten en Weijland te gebruiken, ook zonder aantekeningen.)

Dit tentamen bestaat uit vijf vragen. De maximale waardering voor de vragen (en de onderdelen waaruit ze bestaan) is als volgt:

Vraag	1(i)	1(ii)	1(iii)	1(iv)
Punten	5	5	5	5
Vraag	2(i)	2(ii)	2(iii)	
Punten	5	5	5	
Vraag	3(i)	3(ii)	3(iii)	3(iv)
Punten	5	5	5	5
Vraag	4(i)	4(ii)	4(iii)	4(iv)
Punten	5	5	10	10
Vraag	5(i)	5(ii)	5(iii)	
Punten	5	5	5	

Het eindcijfer komt tot stand door het behaalde aantal punten door tien te delen en af te ronden. Zij die de huiswerkopgaven naar tevredenheid van de instructeur hebben gemaakt, scoren zonder werk 20 punten voor opgave 1. Schrijf de bewijzen (indien van toepassing) nauwkeurig op. Bij afronding van uw cijfer wordt hierop gelet.

Opgave 1 Laat $a, b, c \in A$ verschillende atomaire acties zijn. Gegeven is dat $\gamma(a, b) = c$. Er zijn geen andere communicaties gedefinieerd. Geef een normaalvorm (i.e. een gesloten BSP-term) voor de volgende gesloten TCP$_\tau$-termen. Werk daarbij de eventuele τ's zoveel mogelijk weg. Alleen een antwoord volstaat.

(i). $(a.\epsilon + a.b.\epsilon) \parallel c.\epsilon$;

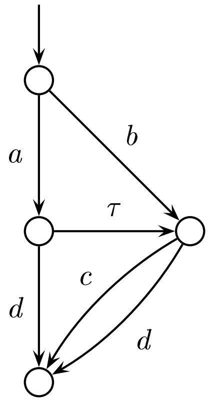
(ii). $\partial_{\{a,b\}}(a.\epsilon \parallel b.\epsilon \parallel b.\epsilon)$;

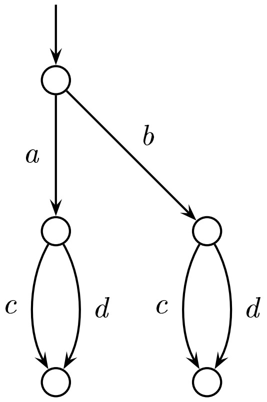
(iii). $\tau_{\{a\}}(a.b.\epsilon \parallel a.b.\epsilon)$;

(iv). $\pi_2(a.b.\delta \parallel \tau.\delta)$.

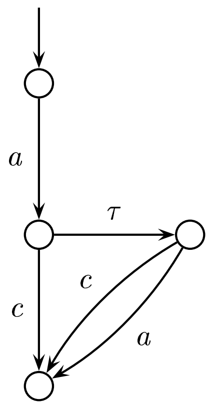
Opgave 2 Onderzoek voor de volgende paren procesgrafen of ze rb-bisimilair zijn. Zo ja, construeer dan een rb-bisimulatie; zo nee, leg uit waarom niet.

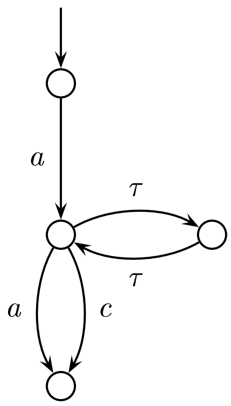
(i).



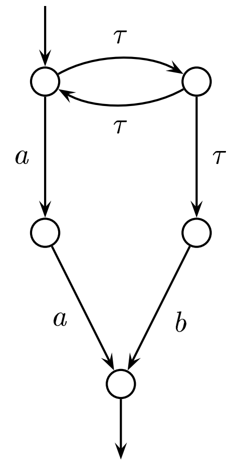


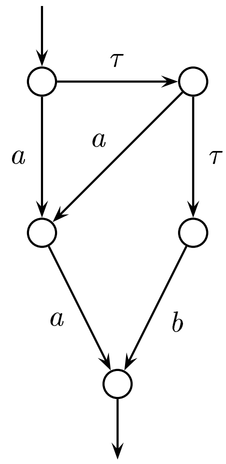
(ii).





(iii).





Opgave 3 Laat x en y willekeurige gesloten TCP_τ-termen zijn.

(i). Bewijs dat $x \mid \tau.y = \delta$.

(ii). Laat zien dat de wet $x \mathbin{\lfloor\!\lfloor} \tau.y = x \mathbin{\lfloor\!\lfloor} y$ niet geldig is.

(iii). Bewijs dat $\tau.(\tau.x \parallel y) = \tau.(x \parallel y)$. U mag hierbij gebruik maken van de onderdelen (i) en (ii) en van de *Axioms of Standard Concurrency.*

(iv). Bewijs dat $\tau.x \parallel \tau.y = \tau.(x \parallel y)$. U mag hierbij gebruik maken van de onderdelen (i), (ii) en (iii) en van de *Axioms of Standard Concurrency.*

Opgave 4 Beschouw de procesalgebra TCP_τ. Gegeven is dat $\gamma(c,d) = \gamma(d,c) = e$. Er zijn geen andere communicaties gedefinieerd. Beschouw de recursieve specificaties

$$\begin{aligned} X &= a.X' \\ X' &= a.X'' + b.X \\ X'' &= b.X' \end{aligned}$$

en

$$\begin{aligned} W &= \tau_I(\partial_H(U \parallel V)) \\ U &= a.U' \\ U' &= c.U \\ V &= d.V' \\ V' &= b.V \end{aligned}$$

met $I = \{e\}$ en $H = \{c, d\}$.

(i). Teken de procesgrafen voor X, U, V, $U \parallel V$, $\partial_H(U \parallel V)$ en W.

(ii). Zijn de procesgrafen voor X en W rb-bisimilair? Zo ja, construeer dan een rb-bisimulatie; zo nee, leg uit waarom niet.

(iii). Bewijs dat $X = W$ met behulp van RSP en RDP. Een bewijs dat gebruik maakt van AIP levert geen punten op!

(iv). Beschouw de volgende recursieve specificatie:

$$
\begin{array}{lcll}
X_1 & = & a.\delta & \\
X_{n+1} & = & a.X'_n & (n \geq 1) \\
X'_1 & = & a.\delta + b.\delta & \\
X'_{n+1} & = & a.X''_n + b.X_n & (n \geq 1) \\
X''_1 & = & b.\delta & \\
X''_{n+1} & = & b.X'_n & (n \geq 1)
\end{array}
$$

Bewijs dat $\pi_n(X) = X_n$ voor alle $n \geq 1$. Hint: wellicht helpt het als u ook uitdrukkingen geeft voor $\pi_n(X')$ en $\pi_n(X'')$.

Opgave 5 Laat B, T en $MaxB$ positieve natuurlijke getallen zijn zodanig dat $0 < B \leq MaxB$ en $0 < T \leq MaxB$. Twee partijen (P_1 en P_2) voeren een onderhandelingsproces met betrekking tot de aanschaf van een huis. De constante $MaxB$ representeert een door de overheid gestelde bovengrens aan de prijs van een huis.

De ene partij (P_1) doet een bod, zeg b, en wacht dan op een afwijzing dan wel een acceptatie van dat bod door de andere partij. Als het bod afgewezen wordt, zal P_1 het bod verhogen tot $(b + T + 1)$ div 2. Als het bod geaccepteerd wordt zal P_1 het verschuldigde bedrag betalen. De constant T stelt hier het maximale bod voor dat P_1 wenst te doen.

De andere partij (P_2) staat in principe open voor elk door de overheid toegestaan bod. Het vergelijkt dit bod met de bodemprijs B welke deze in gedachten heeft. Als het bod onder de bodemprijs ligt wordt het verworpen, anders geaccepteerd. Daarna wordt gewacht op de betaling door de andere partij.

Het onderhandelingsgedrag van de partijen wordt beschreven door de volgende recursieve specificatie:

$$
\begin{array}{lcll}
P_1(b) & = & s_{\text{offer}}(b).Q_1(b) & (0 \leq b \leq T) \\
Q_1(b) & = & r_{\text{accept}}.s_{\text{pay}}.\epsilon + r_{\text{reject}}.P_1((b + T + 1) \text{ div } 2) & (0 \leq b \leq T) \\
 & & & \\
P_2 & = & \sum\limits_{0 \leq b \leq MaxB} r_{\text{offer}}(b).Q_2(b) & \\
Q_2(b) & = & s_{\text{reject}}.P_2 & (0 \leq b < B) \\
Q_2(b) & = & s_{\text{accept}}.r_{\text{pay}} & (B \leq b \leq MaxB) \\
 & & & \\
O(b) & = & \tau_I(\partial_H(P_1(b) \parallel P_2)) & (0 \leq b \leq T)
\end{array}
$$

waarin

$$
\begin{array}{lcl}
H & = & \{s_{\text{offer}}(b), r_{\text{offer}}(b), s_{\text{accept}}, r_{\text{accept}}, s_{\text{reject}}, s_{\text{pay}}, r_{\text{pay}} \mid 0 \leq b \leq MaxB\}, \\
I & = & \{c_{\text{offer}}(b), c_{\text{accept}}, c_{\text{reject}} \mid 0 \leq b \leq MaxB\}.
\end{array}
$$

De volgende communicaties zijn gedefinieerd:

$$\begin{array}{lcll}
\gamma(s_{\text{offer}}(b), r_{\text{offer}}(b)) & = & c_{\text{offer}}(b) & (0 \leq b \leq MaxB) \\
\gamma(s_{\text{accept}}, r_{\text{accept}}) & = & c_{\text{accept}} & \\
\gamma(s_{\text{reject}}, r_{\text{reject}}) & = & c_{\text{reject}} & \\
\gamma(s_{\text{pay}}, r_{\text{pay}}) & = & c_{\text{pay}} &
\end{array}$$

(i). Geef een lineaire recursieve specificatie voor het proces $\partial_H(P_1(b) \parallel P_2)$ voor alle $0 \leq b \leq T$.

(ii). Geef een lineaire recursieve specificatie voor het proces $O(b)$ voor alle $0 \leq b \leq T$. Teken een procesgraaf voor $O(0)$ voor het geval dat $T = 128.000$ en $B = 112.000$ en geef zo mogelijk een rb-bisimulatie tussen deze graaf en de graaf voor $\tau.c_{\text{pay}}.\epsilon$.

(iii). Beredeneer onder welke voorwaarde(n) op B en T er geen verkoop plaatsvindt?