Tentamen Procesalgebra

2M920

03-07-1998, 9.00 – 12.00

Let op:

- Dit tentamen is een open boek tentamen, i.e. dat het boek “Process Algebra” van J.C.M. Baeten en W.P. Weijland gebruikt mag worden alsmede uitwerkingen van practicumopgaven.
- Dit tentamen bestaat uit vijf (4) vragen. De maximale waardering voor de vragen is als volgt:

Vraag	**Pt.**	**Vraag**	**Pt.**	**Vraag**	**Pt.**	**Vraag**	**Pt.**
1.1	5	2.1	5	3.1	10	4.1	20
1.2	5	2.2	5	3.2	10	4.2	10
1.3	5	2.3	5			4.3	10
1.4	5	2.4	5				

- Het eindcijfer komt tot stand door het behaalde aantal punten door tien te delen en af te ronden.
- Schrijf de bewijzen (indien van toepassing) nauwkeurig op. Bij de afronding van uw cijfer wordt hierop gelet.

Vraag 1

Laat $a, b, c, d, e \in A$ verschillende atomen zijn. Gegeven is dat $\gamma(a, b) = \gamma(b, a) = c$ en $\gamma(c, d) = \gamma(d, c) = e$. Er zijn geen andere communicaties gedefinieerd. Geef een normaalvorm voor de volgende gesloten ACP^τ termen (i.e., een gesloten BPA_δ^τ term). Werk daarbij de τ's zoveel mogelijk weg. Alleen een antwoord volstaat.

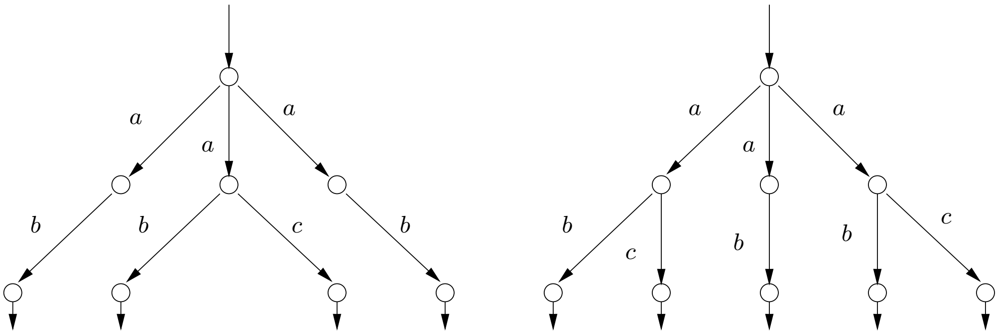
1. Zowel $a \cdot b \,\|\, b \cdot a$ als $\partial_{\{a,b\}}(a \cdot b \,\|\, b \cdot a)$
2. $\tau_{\{d\}}(a \cdot (d \cdot (b \cdot d + c \cdot d) + b \cdot d))$

3. $\pi_3(a^3 \cdot b^3 \parallel b^3 \cdot a^3)$

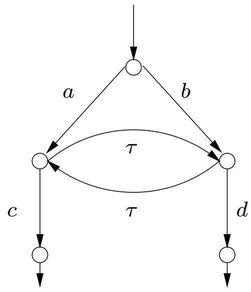
4. $\partial_{\{a,b\}}((a+b+c)^3 \mid (a+b+c)^3)$

Vraag 2

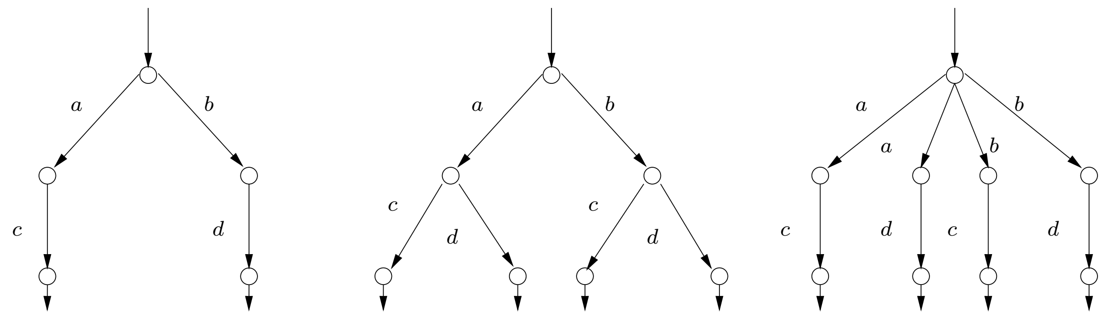
1. Onderzoek of de volgende twee grafen bisimilair zijn. Zo ja, construeer een bisimulatie, zo nee, leg uit waarom niet.



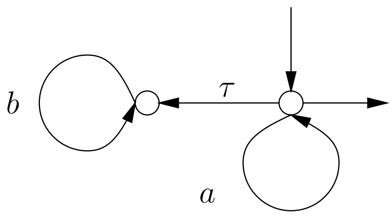
2. De procesgraaf

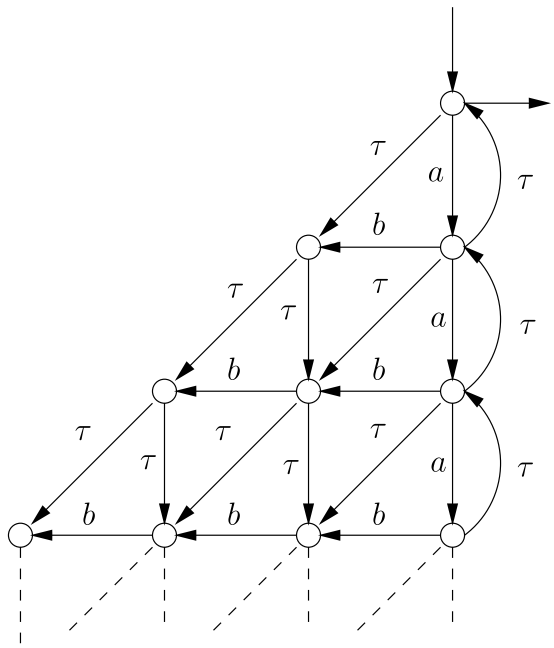


is rooted branching bisimilair met één van de volgende drie grafen. Bepaal welke en geef de rooted branching bisimulatie.



3. Geef een rooted branching bisimulatie tussen de volgende twee grafen.





4. Beschouw de equationele specificaties $X = a \cdot (b + c) \cdot X$ en $Y = (a \cdot b + a \cdot c) \cdot Y$.
   (a) Teken de grafen voor X, Y, en $X \parallel Y$ waarbij u mag aannemen dat er geen communicaties gedefinieerd zijn.
   (b) Teken de graaf voor $\partial_{\{a,b,c\}}(X \parallel Y)$ waarbij de volgende communicaties gedefinieerd zijn: $\gamma(a, a) = d$, $\gamma(b, b) = e$, en $\gamma(c, c) = f$.

Vraag 3

Beschouw de equationele specificaties

$$X = (a + b) \cdot X$$

en

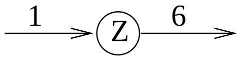
$$\begin{aligned} Y_1 &= a \cdot Y_1 + b \cdot Y_2 \\ Y_2 &= b \cdot Y_2 + a \cdot Y_1 \end{aligned}$$

in de procesalgebra *BPA*.

1. Teken de procesgrafen voor X en Y_1.
2. Geef voor $n \geq 1$ uitdrukkingen voor $\pi_n(X)$ en $\pi_n(Y_1)$ waarin de recursievariabelen X, Y_1, en Y_2 niet meer voorkomen. Laat zien dat $X = Y_1$. Beargumenteer welk principe u gebruikt: AIP, RSP of RDP.

Vraag 4

Beschouw de ongeordende 2-plaats buffer Z.

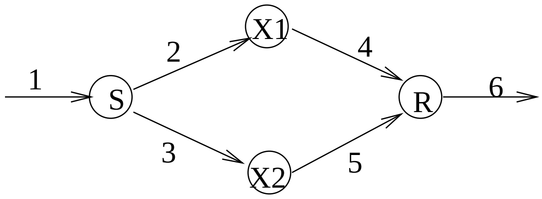


$Z = \Sigma_{d \in D} r_1(d) Z_{\{d\}}$

$Z_{\{d\}} = \Sigma_{e \in D} r_1(e) Z_{\{d,e\}} + s_6(d) Z$

$Z_{\{d,e\}} = s_6(d) Z_{\{e\}} + s_6(e) Z_{\{d\}}$

$\{d, e\}$ is verzamelingsnotatie, dus $\{d, e\} = \{e, d\}$.
Beschouw ook het proces P



$S = \Sigma_{d \in D} r_1(d)(s_2(d) + s_3(d)) S$

$X_1 = \Sigma_{d \in D} r_2(d) s_4(d) X_1$

$X_2 = \Sigma_{d \in D} r_3(d) s_5(d) X_2$

$R = \Sigma_{d \in D} (r_4(d) s_6(d) + r_5(d) s_6(d)) R$

$P = S \parallel X_1 \parallel X_2 \parallel R$

Laat $H = \{s_2(d), s_3(d,), s_4(d), s_5(d), r_2(d), r_3(d,), r_4(d), r_5(d), \mid d \in D\}$.

1. Leid analoog aan 4.6.2 (zie boek) de volgende recursieve specificatie af voor $\partial_H(P)$:
   $X = \Sigma_{d \in D} r_1(d)(c_2(d) X_{\{d1\}} + c_3(d) X_{\{d2\}})$

   $X_{\{d1\}} = \Sigma_{e \in D} r_1(e) c_3(e) X_{\{d1,e2\}} + c_4(d) s_6(d) X$

   $X_{\{d2\}} \Sigma_{e \in D} r_1(e) c_2(e) X_{\{d2,e1\}} + c_5(d) s_6(d) X$

   $X_{\{d1,e2\}} = c_4(d) s_6(d) X_{\{e2\}} + c_5(e) s_6(e) X_{\{d1\}}$

NB De intuitie is dat $d1$ een d aangeeft die langs X_1 gecommuniceerd wordt en dat $d2$ een d aangeeft die langs X_2 gecommuniceerd wordt.

2. Maak de keuze tussen X_1 en X_2 intern door voor beide een i-stap toe te voegen. Definieer X_1' en X_2' door:

   $X_1' = \Sigma_{d \in D} i \cdot r_2(d) \cdot s_4(d) X_1'$

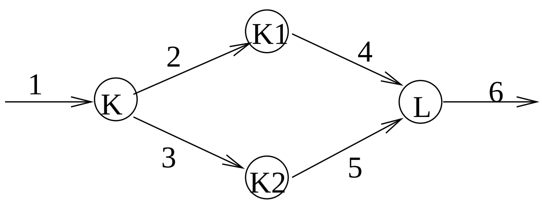
   $X_2' = \Sigma_{d \in D} i \cdot r_3(d) \cdot s_5(d) X_2'$

   En definieer:

   $P' = S \parallel X_1' \parallel X_2' \parallel R.$

   Beargumenteer, eventueel met een plaatje, of $\tau_{\{i\}} \circ \partial_H P'$ al of niet branching bisimulair is met P.

3. Beschouw een nieuw proces Q:



   $K = r_1(is_2 + is_3)K$

   $K_1 = r_2 s_4 K_1$

   $K_2 = r_3 s_5 K_2$

   $L = (r_4 s_6(1) + r_5 s_6(2))L$

   $Q = K \parallel K_1 \parallel K_2 \parallel L$

   Kies H zo dat op kanaal 2,3,4 en 5 de communicaties matchen en I zo dat alle acties behalve $s_6(2)$ geabstraheerd worden. Beargumenteer m.b.v. een abstractieregel dat dan $\tau_I \circ \partial_H Q$ voldoet aan de recursieve specificatie: $X = \tau \cdot s_6(2) \cdot X$.

   N.B. De intuitie is dat een 2 op kanaal 6 aangeeft dat de communicatie verliep via $K2$. Faire keuze garandeert dan dat deze communicaties optreden.