Tentamen Procesalgebra (2M920)

24 januari 2003, 14.00 –17.00

Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven (TU/e)

Dit tentamen is een open boek tentamen. Dat wil zeggen dat het uitgedeelde materiaal "Algebra of Communicating Processes" van J.C.M. Baeten, T. Basten en M.A. Reniers (hoofdstukken tot en met 9) gebruikt mag worden. Aanvullende aantekeningen alsmede aantekeningen in het manuscript anders dan verbeteringen van fouten zijn niet toegestaan.

Dit tentamen bestaat uit vijf vragen. Diegenen die de instructie in najaar 2002 voldoende hebben gemaakt, hoeven opgave 1 niet te doen. Alle opgaven tellen even zwaar. Schrijf de bewijzen (indien van toepassing) nauwkeurig op. Bij afronding van uw cijfer wordt hierop gelet.

Opgave 1 Laat $a, b \in A$ verschillende atomen zijn. Gegeven is dat $\gamma(a, b) = b$ en $\gamma(a, a) = b$.

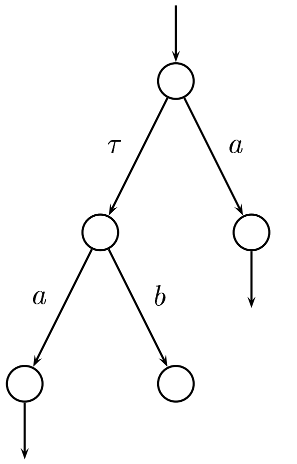
(i). Bewijs dat $\gamma(b, b) = b$;

Bereken een normaalvorm voor de volgende gesloten termen (i.e. een term in $\mathrm{MPT}_\epsilon(A)$):

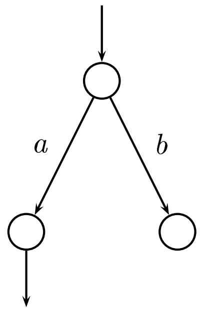
(ii). $a.\epsilon \parallel b.\epsilon \parallel b.\epsilon$;
(iii). $\partial_{\{a\}}(a.b.\epsilon \parallel a.b.\epsilon)$;
(iv). $\tau_{\{a\}}(a.b.\epsilon \parallel a.b.\epsilon)$;
(v). $\pi_1(a.\epsilon \parallel b.\epsilon)$.

Opgave 2 Onderzoek voor de volgende paren transitiesystemen of ze rb-bisimilair zijn. Zo ja, construeer dan een rb-bisimulatie; zo nee, leg uit waarom niet.

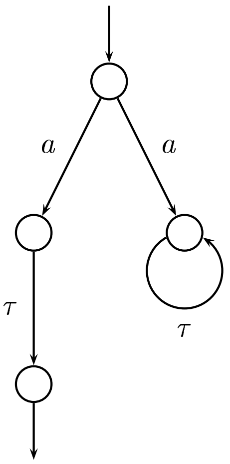
1.



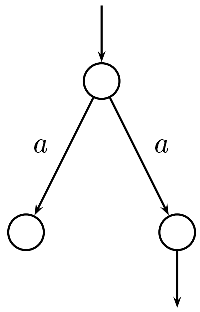
en



2.



en



Opgave 3 We definiëren een operator α op $\mathrm{TCP}(A,\gamma)$ (dus geen τ's!) d.m.v. de volgende vergelijkingen ($a \in A$):

$$\begin{array}{rcl} \alpha(\delta) & = & \delta \\ \alpha(\epsilon) & = & \delta \\ \alpha(a.x) & = & a.\delta + \alpha(x) \\ \alpha(x+y) & = & \alpha(x) + \alpha(y) \end{array}$$

(α geeft de som van alle atomen die in een proces voorkomen).

Bewijs dan dat voor alle gesloten $\mathrm{TCP}(A,\gamma)$-termen p, q het volgende geldt:

$$\alpha(p \parallel q) = \alpha(p) + \alpha(q) + \alpha(p) \mid \alpha(q)$$

(denk aan de normaalvorm van gesloten termen).

Opgave 4 Gegeven is de guarded recursieve specificatie E over variabelen X_n $(n \geq 0)$ met de vergelijkingen (over atomaire acties $min, plus$):

$$X_0 = \epsilon \qquad X_{n+1} = min.X_n + plus.X_{n+2}.$$

Voorts is gegeven de guarded recursieve specificatie F over variabele Y met als vergelijking:

$$Y = min.\epsilon + plus.Y \cdot Y.$$

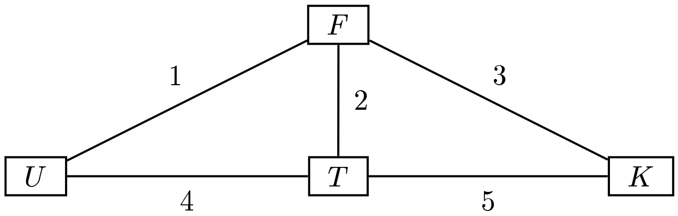
Bewijs dat $Y = X_1$. Je mag gebruik maken van RDP, RSP en AIP.

Opgave 5 Een klant K bestelt een product bij fabriek F. De fabriek geeft een opdracht aan de uitvoerder U, die het product maakt en meegeeft aan transportbedrijf T. T levert het product af aan de klant, tenzij er tijdens het transport iets misgaat. Dit laatste wordt gemeld aan F, die zorgt dat een nieuw product gemaakt wordt.

Voor een procesalgebra-beschrijving van dit verhaal nemen we

$$D = \{bestel, product, maak, fout, klaar\},$$

en hebben we atomaire acties $hoera, werk$, en $s_i(d), r_i(d), c_i(d)$ voor $d \in D$ en $i = 1, 2, 3, 4, 5$, met standaard communicatiefunctie.



We hebben een communicatienetwerk als getoond in bovenstaand plaatje, en specificaties

$$\begin{array}{rcl}
K &=& s_3(bestel).r_5(product).hoera.\epsilon \\
F &=& r_3(bestel).G \\
G &=& s_1(maak).(r_2(fout).G + r_2(klaar).s_1(klaar).\epsilon) \\
U &=& r_1(maak).werk.s_4(product).U + r_1(klaar).\epsilon \\
T &=& r_4(product).(\tau.s_2(fout).T + \tau.s_5(product).s_2(klaar).\epsilon)
\end{array}$$

(i). Zij $H = \{r_i(d), s_i(d) \mid d \in D, i = 1, 2, 3, 4, 5\}$. Bereken dan een recursieve specificatie voor $\partial_H(K \parallel F \parallel T \parallel U)$ en teken een transitiesysteem van dit proces.

(ii). Zij $I = \{c_i(d) \mid d \in D, i = 1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{werk\}$. Laat zien dat het transitiesysteem van $\tau_I(\partial_H(K \parallel F \parallel T \parallel U))$ rb-bisimuleert met het transitiesysteem van de term $\tau.hoera.\epsilon$.

(iii). Waarom staan er τ's in de specificatie van T? Wat verandert er als die er niet staan?

(iv). Hoe moet de specificatie aangepast worden als K 1 of 2 producten mag bestellen?