Tentamen Procesalgebra

2M920

13-08-1999, 9.00 – 12.00

Let op:

- Dit tentamen is een open boek tentamen, i.e., dat het boek “Process Algebra” van J.C.M. Baeten en W.P. Weijland gebruikt mag worden alsmede college aantekeningen en uitwerkingen van practicumopgaven.
- Dit tentamen bestaat uit vier (4) vragen. De maximale waardering voor de vragen is als volgt:

Vraag	Pt.	Vraag	Pt.	Vraag	Pt.	Vraag	Pt.
1.1	5	2.1	4	3.1	4	4.1	10
1.2	5	2.2	4	3.2	8	4.2	10
1.3	5	2.3	4	3.3	8	4.3	20
1.4	5	2.4	4				
		2.5	4				

- Indien u een beoordeling v(oldoende) of g(oed) op de huiswerkopgaven heeft gehaald, krijgt u 10 punten extra.
- Het eindcijfer komt tot stand door het behaalde aantal punten door tien te delen en af te ronden (maximaal een 10).
- Schrijf de bewijzen (indien van toepassing) nauwkeurig op. Bij de afronding van uw cijfer wordt hierop gelet.

Vraag 1

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$ is een verzameling atomaire acties. Op deze acties is de volgende communicatie functie gedefinieerd: $\gamma(a, b) = \gamma(b, a) = c$ en $\gamma(d, e) = \gamma(e, d) = f$. Er zijn geen andere communicaties gedefinieerd. Geef een gesloten BPA_δ^τ term voor elk van de volgende ACP^τ termen. Werk daarbij de τ's zoveel mogelijk weg.

1. $a \cdot b \,\|\, b \cdot c \cdot a$
2. $\partial_{\{a,b\}}(a \cdot b \,\|\, b \cdot c \cdot a)$
3. $\partial_{\{a,b,d,e\}}(a \cdot b \,\|\, b \cdot a \,\|\, d \cdot c \cdot e \,\|\, c \cdot d \cdot e)$
4. $\tau_{\{a,d\}}(a \cdot (d \cdot b \cdot c + b \cdot d \cdot c + b \cdot c \cdot d))$

Vraag 2

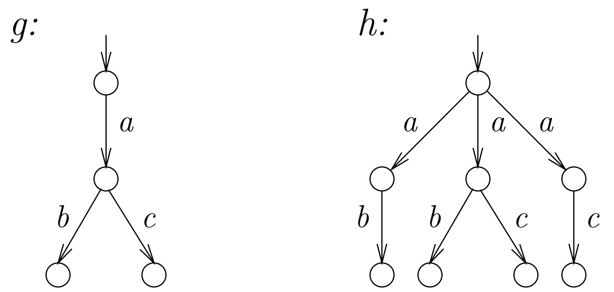
1. Beschouw de procesgrafen g en h in Figuur 1. Leg uit waarom deze procesgrafen niet bisimulair zijn.

   Definitie Simulatie relatie

   Een simulatie relatie tussen twee grafen g en h is een relatie R tussen de knopen van g en h zodaning dat aan de volgende drie condities wordt voldaan:

   1. *De wortels van g en h zijn gerelateerd door R.*
   2. *Als $s \xrightarrow{a} s'$ in g en $s\,R\,t$, dan is er een t' in h zodanig dat $t \xrightarrow{a} t'$ en $s'\,R\,t'$.*
   3. *Als $s \downarrow$ in g en $s\,R\,t$, dan $t \downarrow$ in h.*

   Laat zien dat g en h elkaar wel simuleren, d.w.z., geef een simulatie relatie van g naar h en een simulatie relatie van h naar g.

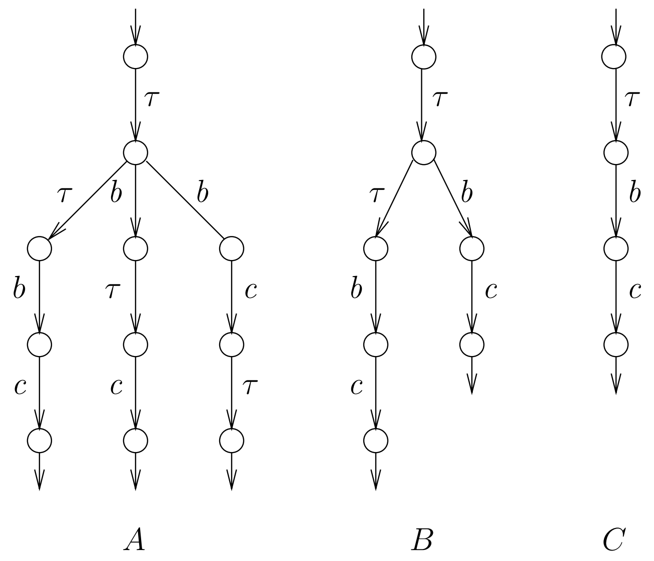
   Figuur 1: Procesgrafen behorend bij vraag 2.1

2. Geef, indien mogelijk, een rooted-branching bisimulatie tussen de procesgrafen A en B uit Figuur 2. Indien dit niet mogelijk is, geef dan een branching bisimulatie. Indien geen van beide mogelijk is, leg dan uit waarom niet. Als u een bisimulatie geeft, vermeld er dan bij of het een rooted-branching of een branching bisimulatie is.

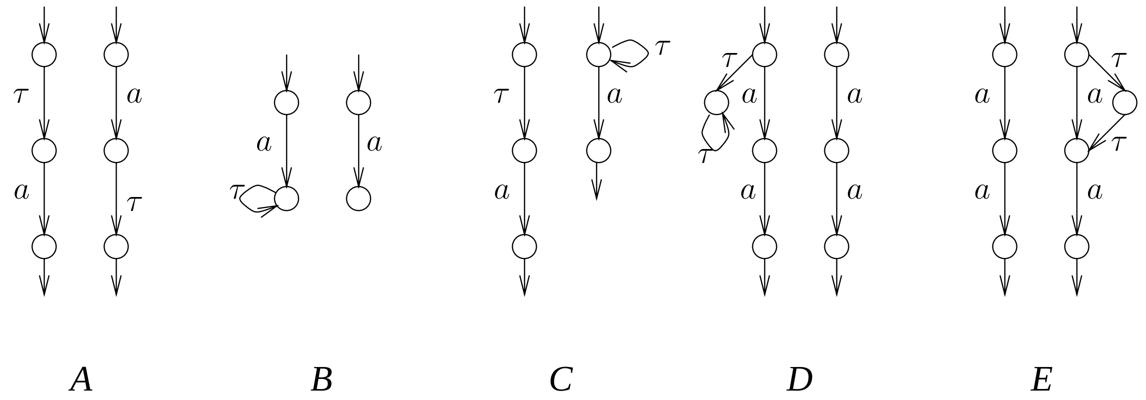
3. Geef, indien mogelijk, een rooted-branching bisimulatie tussen de procesgrafen A en C uit Figuur 2. Indien dit niet mogelijk is, geef dan een branching bisimulatie. Indien geen van beide mogelijk is, leg dan uit waarom niet. Als u een bisimulatie geeft, vermeld er dan bij of het een rooted-branching of een branching bisimulatie is.

4. In Figuur 3 staan vijf paren procesgrafen: A, B, C, D en E. Geef voor elk paar aan of de grafen branching bisimilair zijn.

5. Beschouw in de procesalgebra ACP het proces $a \cdot b \parallel b \cdot (a + b)$ met als enige communicatie: $\gamma(a, b) = c = \gamma(b, a)$. Teken een procesgraaf van dit proces.



Figuur 2: Procesgrafen behorend bij vraag 2.2 en 2.3



Figuur 3: Paren procesgrafen behorend bij vraag 2.4

Vraag 3

Beschouw in de procesalgebra ACP de volgende equationele specificaties (waarbij mag worden aangenomen dat er geen communicaties zijn gedefinieerd):

$$X = (a \cdot a + b \cdot b) \cdot X \quad \text{en} \quad \begin{array}{rcl} Y_1 & = & a \cdot Y_2 + b \cdot Y_3 \\ Y_2 & = & a \cdot (Y_1 + a \cdot a \cdot Y_1 + b \cdot Y_3) \\ Y_3 & = & b \cdot (Y_1 + b \cdot b \cdot Y_1 + a \cdot Y_2) \end{array}$$

1. Teken procesgrafen voor X and Y_1.
2. Toon aan d.m.v. AIP dat geldt: $X = Y_1$.
3. Laat R een oplossing zijn van de vergelijking voor X.

   Bewijs dat R een oplossing is voor Y_1. U kunt hierbij gebruik maken van de volgende afbeelding: $\begin{array}{rcl} Y_1 & \leftarrow & R \\ Y_2 & \leftarrow & a \cdot R \\ Y_3 & \leftarrow & b \cdot R \end{array}$

   Welk principe mag u nu gebruiken om hieruit te concluderen dat $X = Y_1$?

Vraag 4

Beschouw het volgende communicatieprotocol (zie ook Figuur 4). Een zender S ontvangt data $d \in D$ van de omgeving via kanaal i. S probeert de data via een goedkoop medium K naar ontvanger R sturen. Echter, soms is dit goedkope medium K niet beschikbaar en zal S de data via het duurdere kanaal b naar R moeten sturen.

Als het medium K beschikbaar is, stuurt het een acknowledgement (ack) via kanaal t naar S en zal het de data doorsturen naar de ontvanger R via kanaal k. Als het medium K niet beschikbaar is, verliest het de data en stuurt het een negatief acknowledgement ($nack$) via kanaal t naar S. Zender S zal nu de data via kanaal b naar ontvanger R sturen.

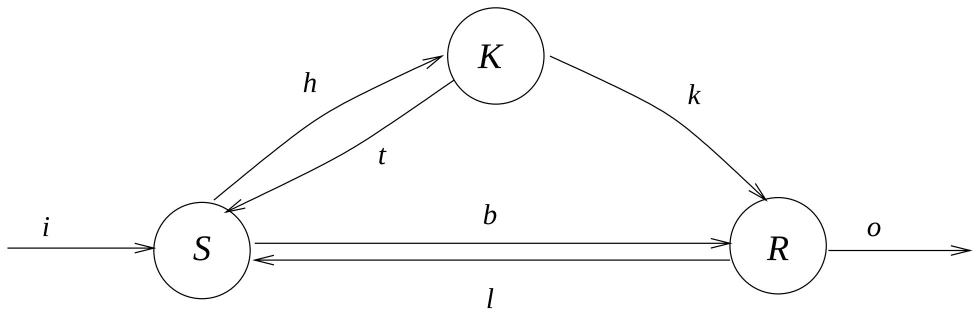
Als de ontvanger R een datum ontvangt (via kanaal k of kanaal b), zal het dit naar de omgeving sturen via kanaal o om vervolgens een acknowledgement (ack) te sturen naar de zender S via kanaal l. Hierna is het protocol weer in de begintoestand.

Neem aan dat $ack \notin D$ en $nack \notin D$. De volgende vergelijkingen beschrijven S, K en R:

$$\begin{array}{rcl} S & = & \sum_{d \in D} r_i(d) \cdot s_h(d) \cdot (r_t(ack) + r_t(nack) \cdot s_b(d)) \cdot r_l(ack)) \cdot S, \\ R & = & \sum_{d \in D} (r_k(d) + r_b(d)) \cdot s_o(d) \cdot s_l(ack) \cdot R, \\ K & = & \sum_{d \in D} r_h(d) \cdot (s_t(ack) \cdot s_k(d) + s_t(nack)) \cdot K. \end{array}$$

De communicatie is voor $ch \in \{h, k, t, b, l\}$ en $x \in D \cup \{ack, nack\}$ als volgt gedefinieerd:

$$\gamma(s_{ch}(x), r_{ch}(x)) = \gamma(r_{ch}(x), s_{ch}(x)) = c_{ch}(x).$$



Figuur 4: Communicatie protocol behorend bij vraag 4

1. Geef een lineaire specificatie voor

$$X = \partial_H(S \parallel K \parallel R)$$

   met

$$H = \{s_{ch}(x), r_{ch}(x) \mid ch \in \{h, k, t, b, l\}, x \in D \cup \{ack, nack\}\}.$$

   Voor de definitie van *lineaire specificatie* zie definitie 2.8.2, p.60, in Baeten en Weijland.

2. Teken de procesgraaf voor X met als aanname dat $D = \{d_1, d_2\}$.

3. We definiëren het process X' als volgt:

$$X' = \tau_I(X)$$

   met

$$I = \{c_{ch}(x) \mid ch \in \{h, k, t, b, l\}, x \in D \cup \{ack, nack\}\}.$$

   Het process X' beschrijft het externe gedrag van het protocol. Bewijs dat X' een betrouwbaar kanaal oplevert zoals gegeven door

$$T = \sum_{d \in D} r_i(d) \cdot s_o(d) \cdot T.$$